Fachoberschule Gesundheit und Soziales

Klasse 12: Kurvendiskussion Übung 6

http://www.bbs-lingen-luh.de/download/FO12_KurvDis_6.pdf

Der Graph einer Funktion 3. Ordnung wird im Punkt P(2 ly_w) von der Wendetangente $f_w(x)= -3x + 6$ berührt und schneidet die y-Achse bei y = -2. Bestimen Sie die Funktionsgleichung.

Vorab:

Ganzrationale Funktion 3. Grades ⇒ $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ⇒ max 3 Nullstellen

Ableitungen: $f'(x) = 3a_3x^2 + 2a_2x + a_1$ $\quad f''(x) = 6a_3x + 2a_2$

Eigentlich sind 4 Bestimmungsgleichungen erforderlich, da aber $\mathbf{a_0}$ laut Aufgabenstellung **= -2** ist, ist eine Unbekannte ($\mathbf{a_0}$) schon bestimmt. $\boxed{a_0 = -2}$

Zunächst bestimmen wir den Funktionswert f (y_w) durch Einsetzen in Gleichung der Wendetangente:

$f(2) = -3\cdot2 + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_w(2 \mid 0)$

$P_w(2 \mid 0) \in f \quad \Rightarrow \quad 0 = a_3\cdot2^3 + a_2\cdot2^2 + a_1\cdot2 - 2 \Leftrightarrow$ $\qquad$ **G1:** $\mathbf{0 = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 2}$

Die Steigung der Wendetangente ist m = -3 ⇒ f '(2) = -3:

$P(2 \mid -3) \in f \quad \Rightarrow \quad -3 = 3a_3\cdot2^2 + 2a_2\cdot2 + a_1$ $\qquad$ **G2:** $\mathbf{-3 = 12a_3 + 4a_2\cdot2 + a_1}$

Bedingung für einen Wendepunkt ist $f''(x_w) = 6a_3x_w + 2a_2 = 0$:

$P_w(2 \mid 0) \in f'' \quad \Rightarrow \quad 0 = 6a_3\cdot2 + 2a_2 \Leftrightarrow$ $\qquad$ **G3:** $\mathbf{a_2 = -6a_3}$

eingesetzt in G2 und G1: G1*: $0 = 8a_3 - 24a_3 + 2a_1 - 2 \Leftrightarrow 16a_3 = 2a_1 - 2$ $\quad \cdot(-1/2)$

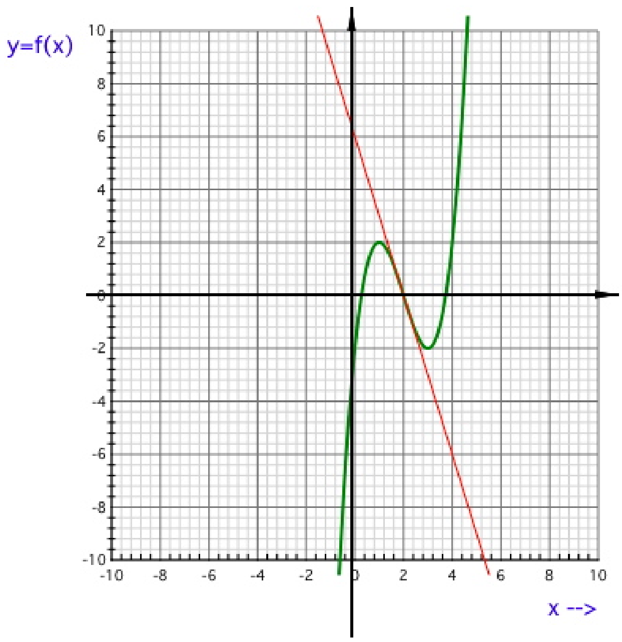
G2*: $-3 = 12a_3 - 24a_3 + a_1 \Leftrightarrow 12a_3 = a_1 + 3$ $\quad +$

G1**: $-8a_3 = -a_1 + 1$ $\quad \Rightarrow \quad 4a_3 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad a_3 = 1$ $\qquad \boxed{a_3 = 1}$

G2**: $12a_3 = a_1 + 3$ $\quad +$

$\boxed{a_3 = 1}$ eingesetzt in G2**: $12\cdot1 = a_1 + 3 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = 9$ $\qquad \boxed{a_1 = 9}$

$\boxed{\mathbf{a_2 = -6a_3}}$ $\quad \Rightarrow \quad a_2 = -6\cdot1 \quad \Leftrightarrow \quad a_2 = -6$ $\qquad \boxed{a_2 = -6}$



$\boxed{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2}$