

Fachoberschule Gesundheit und Soziales

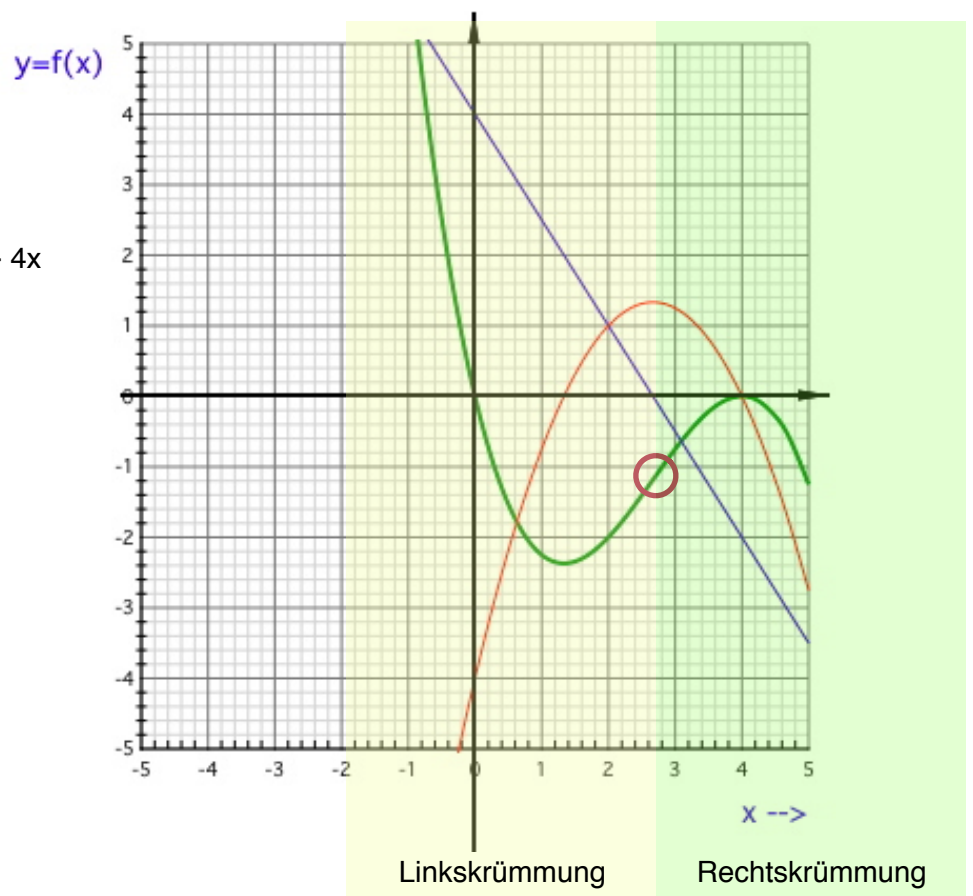
Kurvendiskussion: Wendepunkt, Sattelpunkt

Wenn die Funktion einen Wendepunkt hat, dann stellst du folgendes fest:

Fährt man dem Grafen der Funktion (von mir aus in einem kleinen Auto sitzend) entlang, dann macht man zum Beispiel eine Linkskurve bis zur Wendestelle. Bei der Wendestelle fährt man praktisch einen kleinen Augenblick geradeaus, um dann sachte in eine Rechtskurve überzugehen.

Schaut man sich jetzt $f'(x)$ (rot) und $f''(x)$ (blau) an, so stellt man fest, dass $f''(x_W) = 0$ ist.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x^2 - 4x$$



Notwendige Bedingung für einen Wendepunkt:

$$f''(x) = 0$$

Ferner können wir ablesen:

$$f''(x) > 0$$

Der Graph beschreibt eine **Linkskurve**

*

$$f''(x) < 0$$

Der Graph beschreibt eine **Rechtskurve**

Halten wir fest:

Ein Wendepunkt ist ein Punkt, an dem die Linkskurve in eine Rechtskurve (oder umgekehrt) übergeht.

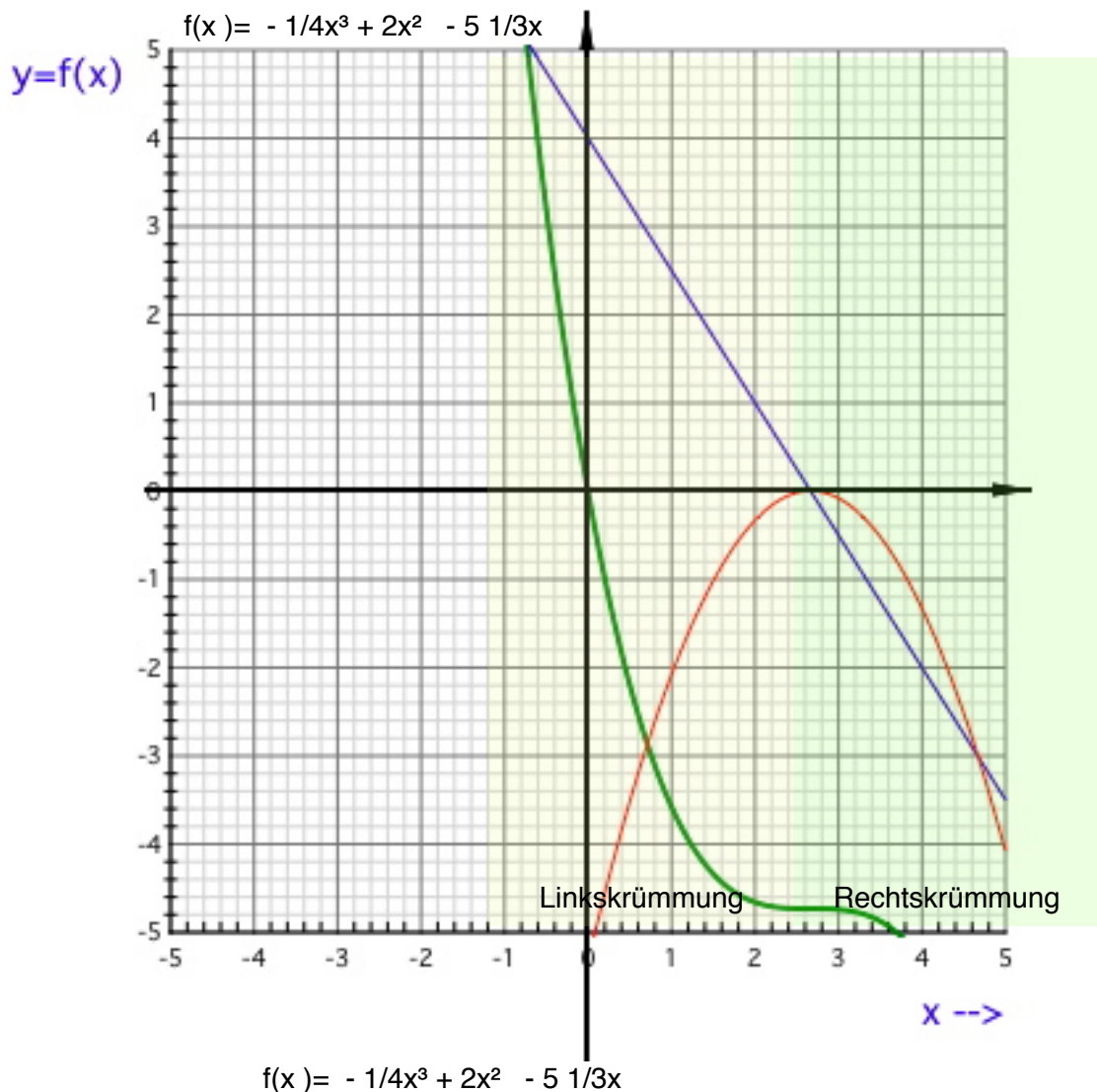
Wechselt $f''(x_W)$ vom Negativen ins Positive, so ist x_W Rechts-Links-Wendestelle. Wenn $f''(x_W)$ an x_W vom Positiven ins Negative wechselt, so ist x_W eine Links-Rechts-Wendestelle.

Anmerkung: Es also zusätzlich die Umgebung von x_W zu untersuchen.

Besondere Wendepunkte (Sattel- oder Terrassenpunkt)

Ein Sattelpunkt ist ein Wendepunkt (aber nicht umgekehrt!).

Wenn zusätzlich zu $f''(x_W) = 0$ ist (siehe rote Kurve) spricht man von einem Sattelpunkt.



Beispiel: Die Funktion $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 2x + \frac{4}{3}$ hat eine Nullstelle bei $x=2$.

$$\begin{aligned} \text{Ableitungen: } f'(x) &= -2x^2 + 4x - 2 \\ f''(x) &= -4x + 4 \end{aligned}$$

a_0 bestimmen: **Term ohne "x"**: $a_0 = \frac{4}{3} \Rightarrow$ Schnittpunkt mit der y-Achse bei $y = \frac{4}{3}$